Grado en Enxeñería Informática
Fundamentos matemáticos para la informática
Curso 2009-10

Lenguaje matemático

$\forall$	para todo para cada
$\exists$	existe
$\exists^{\bullet}$	existe un único
$/$ $:$	tal que
$\Rightarrow$	implica si ..., entonces ...
$\Leftrightarrow$	equivalente ... si, y sólo si ...
Conjuntos	letras mayúsculas: A, B, C, ...
Elementos	letras minúsculas: a, b, c, ...
$\in$	pertenece
$\neg$	no negación
$\vee$	o disyunción
$\wedge$	y conjunción

(1) Sea $N(X)$ la sentencia "X ha visitado Alemania", donde el dominio de X consiste en todos los estudiantes de tu clase. Expresa cada una de estas expresiones en lenguaje natural:
- $\exists x\, N(x)$
- $\forall x\, N(x)$
- $\neg\exists x\, N(x)$
- $\exists x\, \neg N(x)$
- $\neg\forall x\, N(x)$
- $\forall x\, \neg N(x)$

(2) Traduce estas sentencias a lenguaje natural donde $C(X)$ es "X es un cómico" y $F(X)$ es "X es divertido" y el dominio consiste en todas las personas.
- $\forall x\, (C(x) \to F(x))$
- $\forall x\, (C(x) \wedge F(x))$
- $\exists x\, (C(x) \to F(x))$
- $\exists x\, (C(x) \wedge F(x))$

(3) Sea $C(X)$ la sentencia "X tiene un gato", $D(X)$ "X tiene un perro", y $F(X)$ "X tiene un hámster". Expresa cada una de las siguientes sentencias en términos de $C(X)$, $D(X)$ y $F(X)$, cuantificadores y conectivos lógicos. El dominio para los cuantificadores consiste en todos los estudiantes de tu clase.
- Un estudiante de tu clase tiene un gato, un perro y un hámster.

- Todos los estudiantes de tu clase tienen un gato, un perro o un hámster.
- Algún estudiante de tu clase tiene un gato y un hámster, pero no un perro.
- Ningún estudiante de tu clase tiene un gato, un perro y un hámster.
- Para cada uno de los tres animales, gatos, perros y hámsters, hay un estudiante de tu clase que tiene uno de esos animales como mascota.

(4) Traduce estas especificaciones de sistema a lenguaje natural, donde $F(p)$ es "La impresora p está fuera de servicio", $B(p)$ es "La impresora p está ocupada", $L(j)$ es "El trabajo de impresión j se ha perdido" y $Q(j)$ es "El trabajo de impresión está en cola".
- $\exists p\,(F(p) \wedge B(p)) \rightarrow \exists j\, L(j)$
- $\forall p\, B(p) \rightarrow \exists j\, Q(j)$
- $\exists j\,(Q(j) \wedge L(j)) \rightarrow \exists p\, F(p)$
- $(\forall p\, B(p) \wedge \forall j\, Q(j)) \rightarrow \exists j\, L(j)$

(5) Sea $Q(X,Y)$ la sentencia "X ha enviado un correo electrónico a Y", donde el dominio tanto para X como para Y consiste en todos los estudiantes de tu clase. Expresa cada una de estas cuantificaciones en lenguaje natural.
- $\exists x\, \exists y\, P(x,y)$
- $\forall x\, \exists y\, P(x,y)$
- $\forall y\, \exists x\, P(x,y)$
- $\exists x\, \forall y\, P(x,y)$
- $\exists y\, \forall x\, P(x,y)$
- $\forall x\, \forall y\, P(x,y)$

(6) Sea $Q(X)$ la sentencia $X+1 > 2X$. Si el dominio consiste en todos los enteros, expresa estas afirmaciones en lenguaje natural:
- $Q(0)$
- $\exists x\, Q(x)$
- $\forall x\, \neg Q(x)$
- $Q(-1)$
- $\forall x\, Q(x)$
- $Q(1)$
- $\exists x\, \neg Q(x)$

(7) Sea $Q(X)$ la sentencia $X+1 > 2X$. Si el dominio consiste en todos los enteros, expresa estas afirmaciones en lenguaje natural:
- $\forall x \in \mathbb{Z},\ (x^2 \geq x)$
- $\forall x \in \mathbb{Z},\ (x = 1)$
- $\forall x \in \mathbb{Z},\ (x > 0 \vee x < 0)$
- $\exists! x \in \mathbb{Z},\ (x > 1)$
- $\exists! x \in \mathbb{Z},\ (x + 3 = 2x)$
- $\exists! x \in \mathbb{Z},\ (x^2 = 1)$
- $\exists! x \in \mathbb{Z},\ (x = x + 1)$

(8) Si el universo de las variables x e y es $\mathbb{R}$, expresa estas afirmaciones en lenguaje natural:
- Para cada x, $(x^2 > x)$
- $\forall x,\ (x > 1 \Rightarrow x^2 > x)$
- $\forall x,\ \forall y,\ x^2 < y + 1$
- $\exists x,\ \forall y,\ x^2 < y + 1$
- Para alguna x, $(x^2 > x)$
- $\exists x,\ (x > 1 \Rightarrow x^2 > x)$
- $\forall x,\ \exists y,\ x^2 < y + 1$
- $\exists x,\ \exists y,\ x^2 < y + 1$
- $\forall x,\ \forall y,\ (x < y \Rightarrow x^2 < y^2)$.
- $\forall x,\ \exists y,\ (x < y \Rightarrow x^2 < y^2)$.
- $\exists x,\ \forall y,\ (x < y \Rightarrow x^2 < y^2)$.
- $\exists x,\ \exists y,\ (x < y \Rightarrow x^2 < y^2)$.