

# MODELOS DE INVERSORES PWM PARA LOS MÉTODOS DE FLUJOS DE POTENCIA.

Autores:

J.Cidrás, E. Albo y C. Carrillo

Dpto. Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Vigo

E.T.S.I.Industriales.(Tel-Fax:986-81.21.73) 36280 VIGO

## Resumen:

Los métodos de flujos de potencia, como herramienta básica en el análisis de Redes eléctricas, contemplan la disposición de elementos tradicionales en las redes (generadores síncronos, cargas, compensadores, líneas y transformadores). No obstante, cada vez con mayor frecuencia, se encuentran redes con la presencia de elementos no tradicionales (Inversores, Rectificadores, Compensadores electrónicos,..).

En este trabajo se describe el modelo del tipo de Inversor PWM para su incorporación a un programa de flujo de potencia. Para ello se parte del estudio de los métodos de control de los Inversores PWM. Estos métodos determinan los posibles modos de funcionamiento de los Inversores, lo cual fija el comportamiento del Inversor desde el punto de vista del flujo de potencia.

## Introducción:

El problema de Flujo de Potencia -FP- de una Red eléctrica típica se plantea mediante un conjunto de ecuaciones - 2 ecuaciones por nudo- que relacionan las potencias con las tensiones nodales de los elementos de la Red: generadores síncronos, cargas como fuentes de potencia, transformadores con y sin regulación, líneas en modelos en pi y compensadores síncronos o estáticos.[1]

Si se considera el método de Newton-Raphson para resolver las ecuaciones del FP, las ecuaciones nodales se clasifican en:

Nudo Balance:

$$\begin{aligned} P_1 &= U_1^{\text{esp}} \cdot \sum_{i=1}^N U_s \cdot \cos(\theta_1^{\text{esp}} - \theta_i) \cdot G_{1,i} + U_1^{\text{esp}} \cdot \sum_{i=1, i \neq 1}^N U_s \cdot \text{sen}(\theta_1^{\text{esp}} - \theta_i) \cdot B_{1,i} \\ Q_1 &= -U_1^{\text{esp}} \cdot \sum_{i=1}^N U_s \cdot \cos(\theta_1^{\text{esp}} - \theta_i) \cdot B_{1,i} + U_1^{\text{esp}} \cdot \sum_{i=1, i \neq 1}^N U_s \cdot \text{sen}(\theta_1^{\text{esp}} - \theta_i) \cdot G_{1,i} \end{aligned} \quad (1)$$

Nudo P-Q:

$$\begin{aligned} P_k^{\text{esp}} &= U_k \cdot \sum_{i=1}^N U_s \cdot \cos(\theta_k - \theta_i) \cdot G_{k,i} + U_k \cdot \sum_{i=1, i \neq 1}^N U_s \cdot \text{sen}(\theta_k - \theta_i) \cdot B_{k,i} \\ Q_k^{\text{esp}} &= -U_k \cdot \sum_{i=1}^N U_s \cdot \cos(\theta_k - \theta_i) \cdot B_{k,i} + U_k \cdot \sum_{i=1, i \neq 1}^N U_s \cdot \text{sen}(\theta_k - \theta_i) \cdot G_{k,i} \end{aligned} \quad (2)$$

### Nudos P-V

$$\begin{aligned}
 P_k^{esp} &= U_k^{esp} \cdot \sum_{i=1}^N U_s \cdot \cos(\theta_k - \theta_i) \cdot G_{k,i} + U_k^{esp} \cdot \sum_{i=1, i \neq k}^N U_s \cdot \sin(\theta_k - \theta_i) \cdot B_{k,i} \\
 Q_k &= -U_k^{esp} \cdot \sum_{i=1}^N U_s \cdot \cos(\theta_k - \theta_i) \cdot B_{k,i} + U_k^{esp} \cdot \sum_{i=1, i \neq k}^N U_s \cdot \sin(\theta_k - \theta_i) \cdot G_{k,i}
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Donde:

$U_i$  es el módulo de la tensión del nudo "i"

$\theta_i$  es el ángulo de la tensión del nudo "i"

$G_{k,i}$  es la parte real (conductancia) de elemento (k,i) de la matriz de admitancias nodales

$B_{k,i}$  es la parte imaginaria (susceptancia) de elemento (k,i) de la matriz de admitancias nodales

esp indica valor especificado

Planteada la resolución del FP para Redes con elementos tradicionales, el presente artículo analiza el modelo que pueden presentar un Inversor PWM (Fig.1) con la finalidad de incorporarlo a las ecuaciones del FP. Si bien el desarrollo que se realiza es genérico, en nuestro caso nos centraremos únicamente en el método de N-R.

### INVERSOR PWM

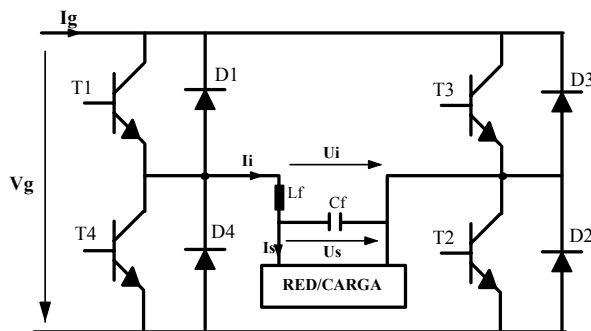


Fig.1

En primer lugar describiremos dos procesos de control del Inversor PWM: Stepped Modulation [2] y Control de intensidad con bandas de histéresis adaptativas [3]. A continuación se mencionan los modos de funcionamiento del Inversor conforme a los dos procesos de control (fuente de tensión, fuente de potencia,...). A partir de las características de los modos de

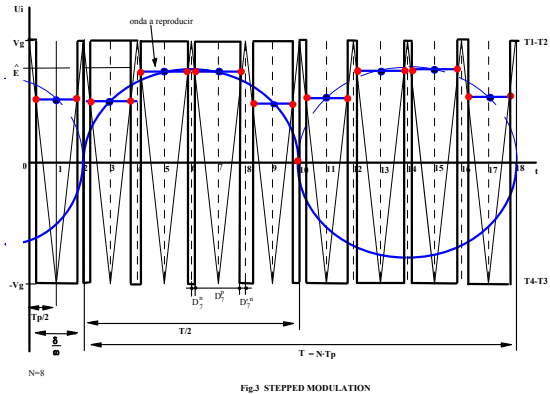
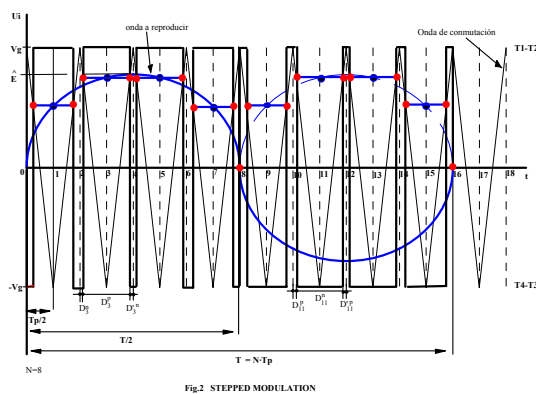
funcionamiento se definen las ecuaciones nodales que rigen el comportamiento del Inversor para su incorporación en el FP.

### Inversor PWM- Stepped Modulation

El principio de funcionamiento de este tipo de Inversores, se basa en la conmutación a una frecuencia elevada (2,5, 8, 15 kHz) del disparo de los transistores con la finalidad de conseguir una tensión prefijada de salida,  $U_i$ . Esta señal se origina mediante la conmutación alternativa de la tensión continua,  $V_g$ , de la entrada. La duración de cada intervalo de conmutación se define por la frecuencia de conmutación que llega a la Base de los transistores. Es decir, para  $U_i = V_g$  se disparan  $T_1$  y  $T_2$ , y para  $U_i = -V_g$  se actúa sobre  $T_3$  y  $T_4$ . De este modo se presenta una señal alterna en la salida del Puente Inversor. Se demuestra que la duración entre las conmutaciones determina la forma del armónico fundamental de la señal de salida  $U_i$ .

En la Fig.2 se muestran las conmutaciones adecuadas para conseguir una determinada tensión (señal a reproducir). La onda rectangular resultante,  $U_i$ , tiene la característica de presentar el armónico fundamental idéntico a la señal que se desea. Este tipo de "modulación" se denomina "Stepped Modulation".

Una característica relevante de este tipo de modulación, es la de permitir el control del ángulo de la señal a reproducir cuando se acopla el Inversor a una Red con generadores. Para conseguir esto solo se requiere que exista una sincronización entre la Tensión de la Red (considerada con ángulo cero) y la señal denominada de conmutación (señal triangular) (Fig.3).



El algoritmo numérico para el cálculo de los instantes de conmutación es:

Para  $t < T/2$   $i \leq N/2 - 1$

$$D_{2i+1}^n = \frac{T_p}{2} \cdot (1 - m \cdot \sin(\omega \cdot \frac{T_p}{2} \cdot (2 \cdot i + 1) + \delta))$$

$$D_{2i+1}^j = \frac{T_p}{2} - \frac{D_{2i+1}^n}{2} = D_{2i+1}^c$$

Para  $t > T/2$   $i \geq N/2$

$$D_{2i+1}^p = \frac{T_p}{2} \cdot (1 + m \cdot \sin(\omega \cdot \frac{T_p}{2} \cdot (2 \cdot i + 1) + \delta))$$

$$D_{2i+1}^c = \frac{T_p}{2} - \frac{D_{2i+1}^p}{2} = D_{2i+1}^n$$

Donde:

$T_p$  es el periodo de la señal de conmutación

$\omega$  es la frecuencia de la señal a reproducir (en la salida del inversor)

$\delta$  es el desfase deseado entre la tensión a reproducir (en la salida del puente inversor) y la tensión en la Red (salida del inversor)

$m$  es el índice de modulación del inversor, definido por  $m = U_i / V_g$

El algoritmo para la determinación de los intervalos de conmutación descrito garantiza, para una señal senoidal requerida  $E$ , que el armónico fundamental de la señal de salida del puente inversor, tensión  $U_i$ , es idéntica a la señal que se quiere reproducir  $E$ . En consecuencia, para conseguir que ambas señales sean coincidentes se requiere un filtrado de la señal  $U_i$  que elimine los armónicos indeseables.

De las expresiones anteriores se desprende que las variables de control existentes en el proceso de Inversor son: el índice de modulación  $m$  y el ángulo de desfase  $\delta$ . Se considera como señal de referencia, para efectos del ángulo de desfase, la tensión existente en la salida  $U_g$  del inversor. Evidentemente, en el supuesto de trabajar el

inversor sobre una carga pasiva el control del desfase no tiene ningún significado; y sólo se tiene en cuenta el control por el índice de modulación.

Las descomposición en serie de Fourier de la señal de salida del puente inversor,  $U_i$ , tiene como resultado la existencia de armónicos entorno a la frecuencia de conmutación. Es decir, si la frecuencia de conmutación es de 2,5 kHz los armónicos se presentarán entorno a las frecuencias de: 2,5 kHz, 5 kHz, 7,5 kHz,.... De este modo, para obtener una señal senoidal a la salida del inversor,  $U_s$ , sólo se requiere disponer de un filtro LC pasa bajo con una frecuencia de corte ligeramente inferior a los 2,5 kHz. En la Fig.4.a y Fig.4.b se representan los resultados del análisis espectral de un inversor.

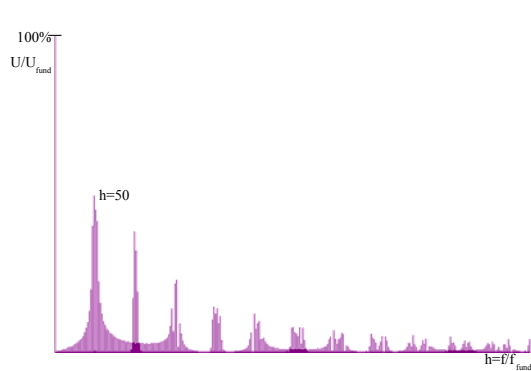


Fig.4.a. Análisis espectral de la tensión de salida del puente inversor,  $U_i$ , con una frecuencia de conmutación de 2,5 kHz.

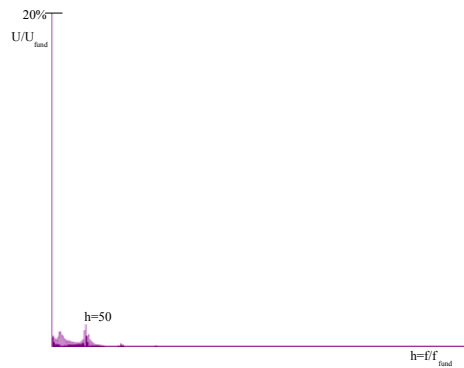


Fig.4.b. Análisis espectral de la tensión de conexión a la Red/Carga,  $U_s$ , inversor con una frecuencia de conmutación de 2,5 kHz.

### Modos de funcionamiento del Inversor PWM-Stepped Modulation

Para efectos de evaluar y controlar las potencias existentes en los bornes de salida del Inversor se considera únicamente la presencia de señales de tensión e intensidad fundamentales. Es decir, no se tienen en cuenta la presencia de armónicos a la salida del puente inversor. Esta hipótesis de trabajo cuando, como es habitual, la frecuencia de conmutación es elevada es prácticamente realista.

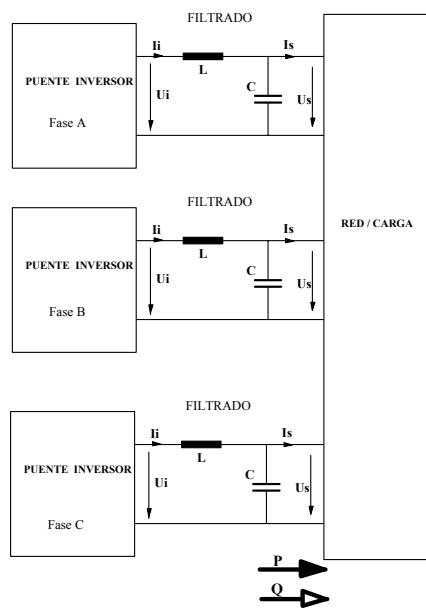


Fig.5

De este modo, la potencia del conjunto de inversores, supuesto un sistema equilibrado (Fig.5), resulta:

$$P = \frac{U_i \cdot U_s}{X} \cdot \text{sen}(\delta) \quad (4)$$

$$Q = \frac{U_i \cdot U_s}{X} \cdot \text{cos}(\delta) - U_s^2 \cdot \left(\frac{1}{X} - B_C\right) \quad (5)$$

Donde:

P es la potencia activa

Q es la potencia reactiva

X es la reactancia de la bobina  $L_f$

$B_C$  es la susceptancia del condensador  $C_f$

Las expresiones anteriores en función del índice de modulación,  $m$ , y del ángulo  $\delta$  resultan:

$$P = \frac{m \cdot V_g \cdot U_s}{X} \cdot \text{sen}(\delta) \quad (6)$$

$$Q = \frac{m \cdot V_g \cdot U_s}{X} \cdot \text{cos}(\delta) - U_s^2 \cdot \left(\frac{1}{X} - B_C\right) \quad (7)$$

A partir de las expresiones anteriores, se puede definir fácilmente distintos modos de funcionamiento, dependiendo de las variables de control  $m$  y  $\delta$ .

Modo *nudo P-Q* (fuente de potencia):

Este tipo de nudo se caracteriza, como su nombre indica, por presentar sus potencias activa y reactiva constantes. Por lo tanto, las variables dependientes en el problema del FP es la tensión nodal. Para el caso del Inversor, que nos ocupa, la modulación para que el inversor se comporte como un nudo P-Q, ha de ser, según las expresiones (6) y (7):

$$m = \frac{\sqrt{P_{\text{esp}}^2 + \left(Q_{\text{esp}} + U_s^2 \cdot \left(\frac{1}{X} - B_C\right)\right)^2}}{V_g \cdot U_s / X} \quad \delta = \arctg\left(\frac{P_{\text{esp}}}{Q_{\text{esp}} + U_s^2 \cdot \left(\frac{1}{X} - B_C\right)}\right) \quad (8)$$

Observese que el valor del índice de modulación,  $m$ , y el ángulo,  $\delta$ , son dependientes de la tensión de salida  $U_s$ .

En la práctica, este modo de funcionamiento del Inversor se realiza considerando  $Q_{\text{esp}}=0$  y la Potencia activa con un valor fijado por la potencia de la fuente de corriente continua que alimenta al inversor. El control del Inversor, fijados los valores de las potencias, mide el valor de la tensión  $U_s$  y realiza los cálculos expresados en (8). Las ecuaciones para la implantación de este modo de funcionamiento en el FP es idéntico a la de los nudos P-Q planteados en (3), salvo que ahora P presenta un valor negativo (generación de potencia) y Q es habitualmente nula.

Modo *nudo P-V*:

Para este modo de funcionamiento la modulación del Inversor se realiza de la siguiente forma: a) El índice de modulación  $m$  se ajusta de tal modo que busca la consigna de  $U_s$ ; b) El ángulo  $\delta$  se realimenta para conseguir la Potencia activa especificada. Este es un típico control descentralizado similar al que realiza en los generadores síncronos. No obstante, este tipo de modo de funcionamiento no se realiza en la práctica por presentar los Inversores, en la actualidad, una potencia pequeña comparativamente con el resto de la Red. Es decir, los Inversores no suelen ser utilizados como elementos de control de la tensión en la Red.

Modo *nudo I* (fuente de intensidad):

El modo de funcionamiento como fuente de Intensidad, se realiza de la misma manera que en el caso de P-Q, sin más que sustituir las potencias por las intensidades. De este modo, la modulación resulta:

$$m = \frac{\sqrt{(I_a)^2 + (I_r + U_s \cdot (1/X - B_C))^2}}{V_G/X} \quad \delta = \arctg\left(\frac{I_a}{I_r + U_s \cdot (1/X - B_C)}\right) \quad (9)$$

Donde  $I_a$  y  $I_r$  son, respectivamente, las intensidades activa y reactiva específicas.

Este tipo de nudo, no presente en las redes tradicionales, se implanta en las ecuaciones del FP transformandolos en fuentes de potencia, que han de ser definidas en cada iteración.

Modo *nudo Y* (Admitancia):

Este modo tiene más un interés teórico que real, en la medida que no se utiliza en la práctica. No obstante, para demostrar la flexibilidad de los Inversor PWM lo describimos someramente.

La modulación para este modo de funcionamiento se extrae fácilmente de la expresión (8), tal que:

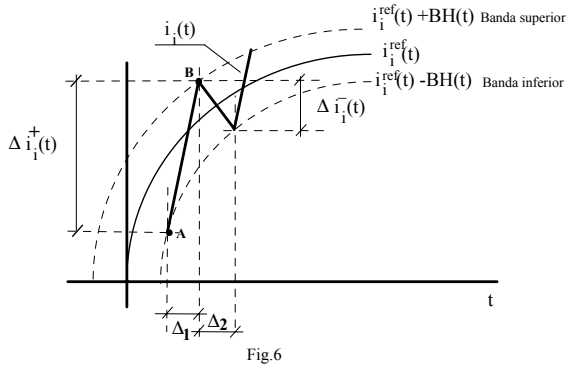
$$m = \frac{U_s \cdot \sqrt{G_{esp}^2 + (-B_{esp} + 1/X - B_C)^2}}{V_G/X} \quad \delta = \arctg\left(\frac{G_{esp}}{-B_{esp} + 1/X - B_C}\right) \quad (10)$$

Modo *nudo U* (fuente de tensión):

El modo denominado nudo U, o de tensión de referencia, se presenta cuando el Inversor funciona sobre una Red sin generación - denominada Carga. La función de Inversor, al ser el único generador de la Red, es suministrar toda la potencia de la Carga. En consecuencia, el Inversor se comporta como un nudo Balance definido en la expresión (1). Desde el punto del control el Inversor sólo se ajusta por el índice de modulación  $m$ , con la finalidad de conseguir un módulo de tensión constante de  $U_s$ .

## Inversor PWM- Control de la Intensidad mediante Bandas de Histéresis Adaptativas

A diferencia de la Stepped Modulation, la modulación con Bandas de Histéresis realiza el cálculo y control de las conmutaciones de los transistores instantaneamente. Es decir, el método de Bandas determina las conmutaciones para que una variable, en nuestro caso la intensidad de salida  $i_s$ , se encuentra en cada instante dentro de una "banda" preestablecida de valores. La modulación con Bandas Adaptativas presenta la ventaja frente a la de Bandas al disponer una frecuencia de conmutación constante.



Para describir el proceso de la modulación con Bandas de Histéresis Adaptativas nos basaremos en la Fig.6. En dicha figura se muestran la intensidad de referencia  $i_s^{ref}$ , el intervalo de las Bandas  $[-BH, +BH]$ , y la intensidad instantánea  $i_i(t)$ .

El proceso de conmutación se realiza del siguiente modo: Si la intensidad  $i_i$  es inferior a la de referencia y se rebasa la banda inferior, punto A de la Fig.6, se activa la conducción para que la intensidad crezca, es decir, se efectúa la conducción de  $T_1$  y  $T_2$  (Fig.1), tal que:

$$u_i = V_g \quad \text{con} \quad \frac{di_i}{dt} > 0 \quad \Delta i_i = \Delta i_i^+ \quad \Delta t = \Delta_1$$

y cuando la intensidad  $i_i$  es superior a la de referencia y se rebasa la banda superior, punto B, se realiza la conducción de  $T_3$  y  $T_4$ :

$$u_i = -V_g \quad \text{con} \quad \frac{di_i}{dt} < 0 \quad \Delta i_i = \Delta i_i^- \quad \Delta t = \Delta_2$$

Con el proceso anterior se consigue que en todo instante la intensidad  $i_i$  se encuentre dentro de los límites de la banda  $[-BH, +BH]$ .

Del análisis de las tensiones en la salida del Inversor se tiene:

$$\text{Para el intervalo } \Delta_1 \longrightarrow L_f \cdot \frac{di_i(t)}{dt} = u_i - u_s(t) = V_g - u_s(t) \quad (11)$$

$$\text{Para el intervalo } \Delta_2 \longrightarrow L_f \cdot \frac{di_i(t)}{dt} = u_i - u_s(t) = -V_g - u_s(t)$$

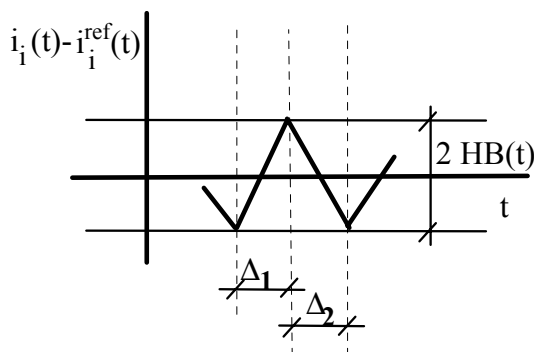


Fig.7

Del cambio de referencia de la gráfica de la Fig.6, resulta la gráfica de la Fig.7.

De la Fig.7 se extrae:

$$\text{Para el intervalo } \Delta_1 \text{ se tiene: } \frac{d(i_i(t) - i_i^{ref}(t))}{dt} = \frac{2 \cdot BH}{\Delta_1}$$

$$\text{Para el intervalo } \Delta_2 \text{ se tiene: } \frac{d(i_i(t) - i_i^{ref}(t))}{dt} = \frac{-2 \cdot BH}{\Delta_2}$$

(12)

Si se impone la condición de que en cada tiempo  $T_c$  se produzcan dos conmutaciones alternas, se ha de cumplir:

$$\Delta_1 + \Delta_2 = T_c = 1/f_c \quad (13)$$

De las expresiones (12) y (13) se obtiene:

$$BH(t) = \frac{V_g}{4 \cdot L_f} \cdot T_c \cdot \left[ 1 - \left( \frac{u_s(t) + L_f \cdot n(t)}{V_g} \right)^2 \right] \quad (14)$$

donde:  $\frac{di_i^{\text{ref}}}{dt} \equiv n(t)$

La ecuación (14) expresa los valores instantáneos que ha de disponer la banda de histéresis, BH, para que la frecuencia de conmutación,  $f_c$ , sea constante; de ahí el nombre de BH adaptativa.

Queda por determinar la expresión de  $n(t)$ , en función de la intensidad deseada  $i_s^{\text{ref}}(t)$ , para ello se define:  $i_s^{\text{ref}}(t) = \sqrt{2}I_s^{\text{ref}} \text{sen}(\omega t + \varphi_{is})$  y  $u_s(t) = \sqrt{2}U_s \text{sen}(\omega t + \varphi_{us})$ .

Del circuito de la Fig.1 se tiene:

$$i_i^{\text{ref}}(t) = i_s^{\text{ref}}(t) + C_f \frac{du_s}{dt}$$

$$i_i^{\text{ref}}(t) = \sqrt{2}I_s^{\text{ref}} \text{sen}(\omega t + \varphi_{is}) + C_f \omega \sqrt{2}U_s \cos(\omega t + \varphi_{us})$$

De esta última expresión obtenemos  $n(t)$

$$n(t) \equiv \frac{di_i^{\text{ref}}}{dt} = \sqrt{2}I_s^{\text{ref}} \omega \cos(\omega t + \varphi_{is}) - \sqrt{2}U_s C_f \omega^2 \text{sen}(\omega t + \varphi_{us}) \quad (15)$$

De este modo resulta, sustituyendo la ecuación (15) en (14):

$$BH(t) = \frac{V_g}{4 \cdot L_f} \cdot T_c \cdot \left[ 1 - \left( \frac{C}{V_g} \right)^2 \text{sen}^2(\omega t + \varphi) \right] \equiv h(\delta, I_s^{\text{ref}}) \quad (16)$$

Donde:  $C = \sqrt{A^2 + B^2 + A \cdot B \cdot \text{sen} \delta}$      $A = \sqrt{2}U_s(1 - L_f C_f \omega^2)$      $B = \sqrt{2}I_s^{\text{ref}} \omega L_f$   
 $\varphi = \varphi_{us} + \arctg \frac{B \cdot \cos \delta}{A + B \cdot \text{sen} \delta}$      $\varphi_{us} - \varphi_{is} = \delta$

Queda finalmente el ancho de banda instantáneo BH como una función,  $h$ , del ángulo de desfase,  $\delta$ , del valor eficaz de la intensidad de referencia,  $I_s^{\text{ref}}$ , y de la tensión de salida,  $U_s$ , que ha de ser leída en cada instante. Las variables de control del Inversor son el ángulo,  $\delta$ , y la intensidad de referencia,  $I_s^{\text{ref}}$ .

Si la consigna requerida es la potencia,  $S_s^{\text{ref}}$ , esta se calcula por la expresión:

$$I_s^{\text{ref}} = \frac{S_s^{\text{ref}}}{U_s} \quad \varphi_{is} = -\varphi_{ss} + \varphi_{us} \quad \delta \equiv \varphi_{ss} \quad (17)$$

De este modo, la expresión de HB para la consigna de potencia se determina sin más que sustituir las expresiones de (17) en (16).

El análisis espectral de las intensidades en la salida del inversor (frecuencia de conmutación 2,5kHz) se muestran en las Fig.8.a y 8.b. La Fig.8.a se ha obtenido alimentando al inversor con una fuente de tensión (batería), la Fig.8.b alimentandolo con una fuente de intensidad (paneles fotovoltaicos) y un condensador en paralelo.

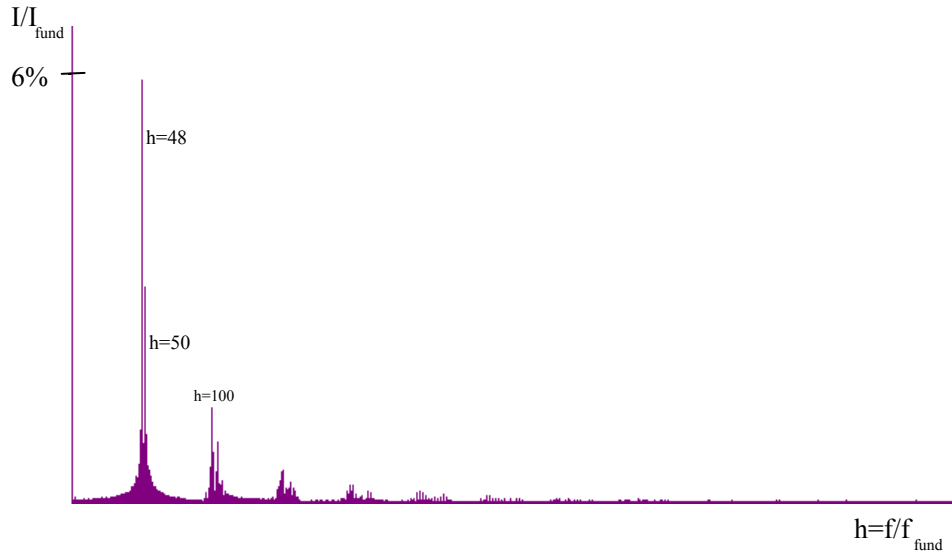


Fig.8.a: Análisis espectral de la intensidad, alimentado el inversor por las baterías

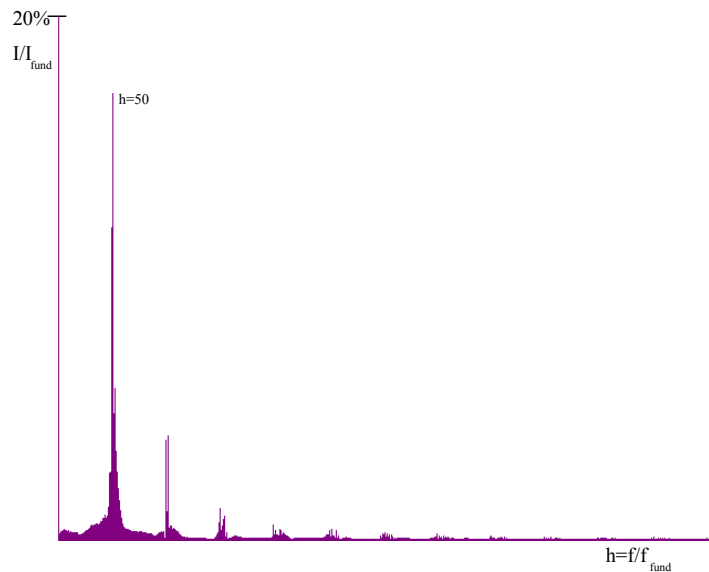


Fig.8.b: Análisis espectral de la intensidad, alimentado el inversor por el campo fotovoltaico

### Modos de funcionamiento del Inversor PWM-Intensidad BH Adaptativas

Modo *nudo I* (Fuente de Intensidad):

El modo de funcionamiento como fuente de intensidad, se tiene a partir de las intensidades específicas  $I_{s,act}$  y  $I_{s,rea}$ , tal que:

$$I_s^{ref} = \sqrt{I_{sact}^2 + I_{srea}^2} \quad \delta = -\arctg \frac{I_{srea}}{I_{sact}} + \varphi_{us} \quad (18)$$

La expresión de la función BH se consigue después de sustituir las expresiones (18) en la ecuación (16)

En la práctica, en este modo de funcionamiento se dispone  $I_r = 0$ . Para la implantación de este modo de control en el FP se opera de la misma manera que en el caso de Stepped Modulation.

Modo *nudo P-Q* (Fuente de Potencia):

El comportamiento del Inversor como un nudo P-Q se consigue a partir de sustituir en la ecuación (16) las expresiones:

$$I_s^{\text{ref}} = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{U_s} \quad \delta = \arctg \frac{Q}{P} \quad (19)$$

Para el supuesto  $Q=0$  se cumple  $\delta=0$ .

Este modo de funcionamiento también ha sido tratado en la Stepped Modulation.

Modo *nudo P-I* (fuente de potencia activa-intensidad reactiva):

Este es un nudo combinación de los anteriores, y la expresión de su modulación se obtiene aplicando en la ecuación (16) las expresiones:

$$I_s^{\text{ref}} = \sqrt{I_{\text{srea}}^2 + \frac{P^2}{U_s^2}} \quad \delta = - \arctg \frac{I_{\text{srea}} \cdot U_s}{P} \quad (20)$$

Modo *nudo I-Q* (fuente de intensidad activa-Potencia reactiva):

Análogamente al nudo P-I, el nudo I-Q se consigue a partir de las expresiones:

$$I_s^{\text{ref}} = \sqrt{I_{\text{sact}}^2 + \frac{Q^2}{U_s^2}} \quad \delta = \arctg \frac{Q}{I_{\text{sact}} \cdot U_s} \quad (21)$$

## ECUACIONES DEL FLUJO DE POTENCIA PARA LOS DISTINTOS NUDOS DEFINIDOS:

Después de describir los modos de funcionamiento de mayor interés de los Inversores PWM, se expresan las ecuaciones que estos dan lugar en el problema del FP. Los modos como nudo Balance, P-Q y P-V no se exponen por responder a las ecuaciones tradicionales en el FP.

Nudo Balance: ver expresión (1)

Nudo P-Q: ver expresión (2)

Nudo P-V: ver expresión (3)

Nudo I (Fuente de Intensidad)

$$I_{a,k}^{esp} = \sum_{i=1}^N (U_k \cdot \cos \theta_k - U_i \cdot \cos \theta_i) \cdot G_{k,i} - \sum_{i=1}^N (U_k \cdot \text{sen} \theta_k - U_i \cdot \text{sen} \theta_i) \cdot B_{k,i}$$

$$I_{r,k}^{esp} = \sum_{i=1}^N (U_k \cdot \cos \theta_k - U_i \cdot \cos \theta_i) \cdot B_{k,i} - \sum_{i=1}^N (U_k \cdot \text{sen} \theta_k + U_i \cdot \text{sen} \theta_i) \cdot G_{k,i}$$

Nudo Y (Admitancia)

$$0 = U_k \cdot \sum_{i=1}^N U_i \cdot \cos(\theta_k - \theta_i) \cdot G_{k,i} + U_k \cdot \sum_{i=1, i \neq k}^N U_i \cdot \text{sen}(\theta_k - \theta_i) \cdot B_{k,i}$$

$$0 = -U_k \cdot \sum_{i=1}^N U_i \cdot \cos(\theta_k - \theta_i) \cdot B_{k,i} + U_k \cdot \sum_{i=1, i \neq k}^N U_i \cdot \text{sen}(\theta_k - \theta_i) \cdot G_{k,i}$$

Las conductancias y susceptancias del nudo Y se acumulan en los elementos de la matriz Nodal  $G_{ii}$  y  $B_{ii}$ , donde i es el nudo Y.

Nudo P-I (Fuente de Potencia activa-intensidad reactiva):

$$I_{a,k}^{esp} = \sum_{i=1}^N (U_k \cdot \cos \theta_k - U_i \cdot \cos \theta_i) \cdot G_{k,i} - \sum_{i=1}^N (U_k \cdot \text{sen} \theta_k - U_i \cdot \text{sen} \theta_i) \cdot B_{k,i}$$

$$Q_k^{esp} = -U_k \cdot \sum_{i=1}^N U_i \cdot \cos(\theta_k - \theta_i) \cdot B_{k,i} + U_k \cdot \sum_{i=1, i \neq k}^N U_i \cdot \text{sen}(\theta_k - \theta_i) \cdot G_{k,i}$$

Nudo I-Q (Fuente de intensidad activa-potencia reactiva)

$$P_k^{esp} = U_k \cdot \sum_{i=1}^N U_i \cdot \cos(\theta_k - \theta_i) \cdot G_{k,i} + U_k \cdot \sum_{i=1, i \neq k}^N U_i \cdot \text{sen}(\theta_k - \theta_i) \cdot B_{k,i}$$

$$I_{r,k}^{esp} = \sum_{i=1}^N (U_k \cdot \cos \theta_k - U_i \cdot \cos \theta_i) \cdot B_{k,i} - \sum_{i=1}^N (U_k \cdot \text{sen} \theta_k + U_i \cdot \text{sen} \theta_i) \cdot G_{k,i}$$

**Conclusiones:**

El objetivo del presente trabajo es plantear las ecuaciones nodales en redes con la presencia de Inversores del tipo PWM. Debido a su gran flexibilidad, este tipo de inversores, pueden responder a varios modos de funcionamiento; los cuales se han

descrito a lo largo del trabajo. Las ecuaciones nodales han sido desarrolladas considerando únicamente los armónicos fundamentales de las señales de tensiones e intensidades. Por ello, su implantación en los métodos de resolución del FP es prácticamente directa.

Es de mención, que el supuesto de considerar, en el modo de funcionamiento de los inversores, sólo los armónicos fundamentales es prácticamente real en el caso del proceso de Stepped Modulation. Esto se debe a la presencia del filtro en la salida del puente inversor. Sin embargo, para el caso del proceso de modulación por Banda de Histéresis Adaptativa las señales armónicas presentan un espectro más pronunciado y, en consecuencia, el supuesto anterior puede no ser realista; requiriéndose en general la realización de un FP con armónicos.

### **Referencias:**

[1] J.Arrillaga y C.P.Arnold. Computer Analysis of Power Systems. John Wiley & Sons. 1990.

[2] M.H.Rashid. Power Electronics circuits, devices and applications. Prentice Hall. 1990.

[3] B.K. Bose. An Adaptative Hysteresis-Band Current Control techniques of Voltage-Fed PWM inverter for Machine Drive System. IEEE Trans.on Industrial Electronics. Vol.37, n°5, October 1990